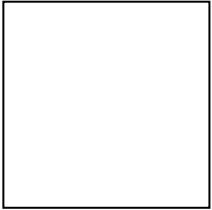
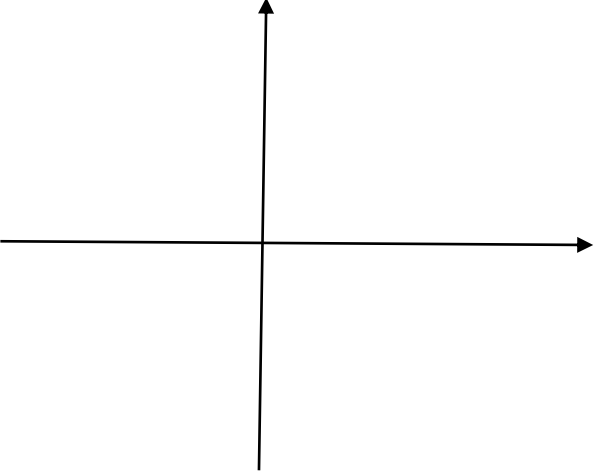


نام و نام خانوادگی:		تاریخ امتحان: 93/10/ 25	
رشته: ریاضی		مدت امتحان: 110 دقیقه	
کلاس: سوم		ماده درسی: جبر و احتمال	
دیرستان نمونه دولتی روزبه		تعداد صفحات: 4	
ردیف	سوالات	بارم	
1	با استفاده از اصل استقرای ریاضی ثابت کنی: $\frac{1}{3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^3} + \dots + \frac{1}{3^n} = 1 - \frac{1}{3^n} \quad (n \in \mathbb{N})$	1/5	
2	ثابت کنی: به ازای هر عدد طبیعی n ، $8^n - 1$ بر 7 بخش پذیر است. (استقرای ریاضی)	1/5	
3	الف) ثابت کنید: اگر به مربع یک عدد فرد 3 واحد اضافه کنیم آنگاه عدد حاصل مضرب 4 می شود. ب) نشان دهید: حاصل ضرب هر سه عدد زوج متوالی مضرب 24 است.	2	

2	<p>الف) ثابت کنید $\sqrt{2}$ گنگ است. (برهان خلف)</p> <p>ب) اگر $\sqrt{3}$ عددی گنگ باشد، ثابت کنید $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$ نیز گنگ است.</p>	4
1/5	<p>10 نقطه داخل مربعی به ضلع واحد قرار دارد، ثابت کنید حداقل دو نقطه وجود دارد که فاصله ی آن ها از $\frac{\sqrt{2}}{3}$ کمتر است.</p> <div style="text-align: right; margin-right: 100px;">  </div>	5
1	<p>مجموعه های زیر را به زبان ریاضی بنویسید.</p> <p>$A = \{-1, 0, 1, 8, 27, \dots\}$</p> <p>$B = \{1 - \sqrt{3}, 1 + \sqrt{3}\}$</p>	6
2	<p>اگر مجموعه ی $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - x - 12 = 0\}$ باشد، آن گاه:</p> <p>الف) اعضای این مجموعه و مجموعه ی توانی آن را بنویسید.</p> <p>ب) تعداد زیر مجموعه های مجموعه ی $p(A)$ را محاسبه کنید.</p>	7

1/5	اگر تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه k عضوی 48 واحد بیش تر از تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه $k-2$ عضوی باشد، k را بیابید و تعداد زیر مجموعه های 3 عضوی آنرا حساب کنید.	8
1	$(B - \bar{A}) \cup A = A$	9 به کمک نمودار (ون) ثابت کنید:
1/5	$(A \cup B) - (B \cup C) = (A - B) - C$	10 با استفاده از جبر مجموعه ها ثابت کنید:
1/5	$x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$	11 به روش بازگشتی ثابت کنید:

1/5	<p>اعضای دو مجموعه A, B را مشخص کرده، حاصل مجموعه $A \times B - A^2$ را به دست آوری د.</p> $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 - 1 \leq 13\}, B = \{(-1)^k \mid k \leq 2\}$	12
1/5	<p>نمودار رابطه ی زیر را رسم کنی د.</p> $R = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R}, y \leq x^2, x^2 + y^2 \leq 9\}$ 	13
20	<p>موفق باشی د.</p> <p>داس تانی</p>	

